

C.R. Chu

第八章 河川



國立中央大學土木系
朱佳仁 教授

8 - 1

C.R. Chu

明渠流(Open Channel Flow)

明渠流簡稱為渠流(Channel Flow)，其特點為液面與大氣接觸，可自由上下起伏，且液面之壓力等於大氣壓力。渠流主要是靠自由液面之高程差異(重力)而流動，故又可稱為重力流。

水利工程(Hydraulic Engineering)所遇到的問題，譬如坡地的排水、河川的整治、灌溉渠道的設計等皆屬於明渠流的範疇。

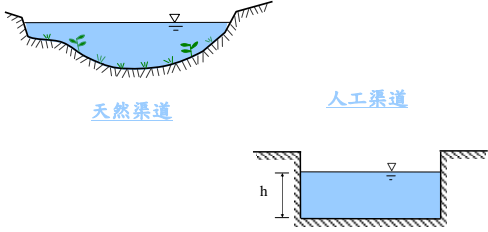


8 - 2

C.R. Chu

明渠流(Open channel flow)

- 渠流可分為天然渠道與人工渠道。

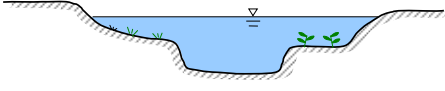


天然渠道 人工渠道

8 - 3

C.R. Chu

天然渠道(Natural Channel)

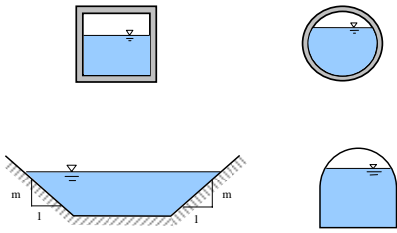


天然河川的斷面通常皆為不規則的動床渠道(Mobile channel)。

8 - 4

C.R. Chu

人工渠道(Artificial Channel)



8 - 5

C.R. Chu

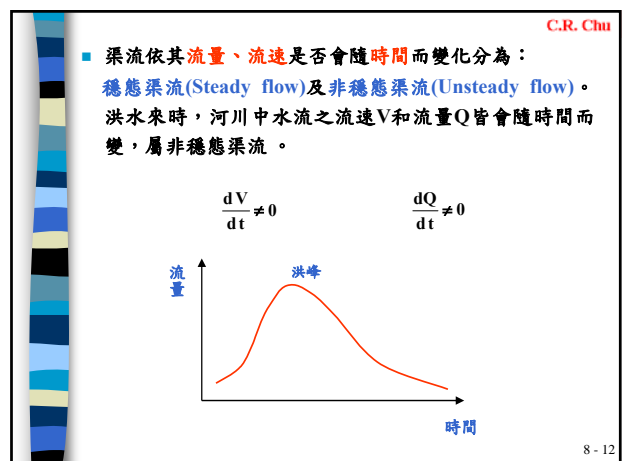
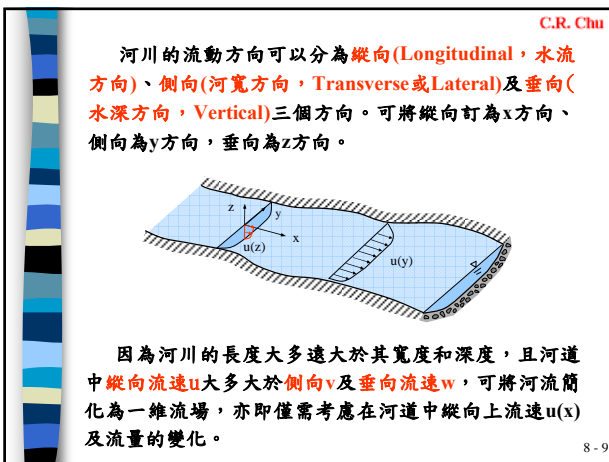
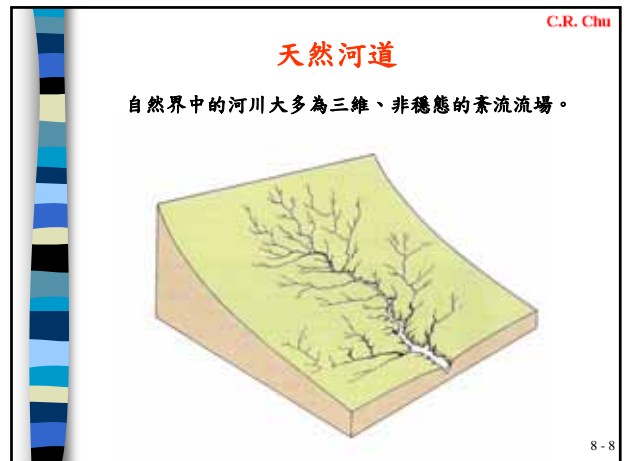
河川工程(River Engineering)




台北景美溪

梯形斷面

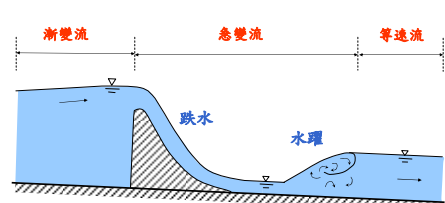
8 - 6





C.R. Chu

- 渠流可依其流速或水深是否會隨位置而變分為：
 等速流(Uniform Flow)及變速流(Non-Uniform Flow)。
 譬如渠道斷面或坡度的改變會造成流速 V 及水深 h 隨下游位置 x 而變，此時之流況即為變速流。

$$\frac{dV}{dx} \neq 0 \qquad \frac{dh}{dx} \neq 0$$


8 - 14

C.R. Chu

周遭流況

等速流(Uniform Flow)

變速流(Non-Uniform Flow)

}

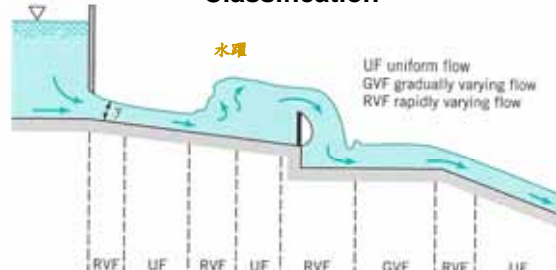
漸變流(GVF, Gradually Varied Flow)

急變流(RVF, Rapidly Varied Flow)

8 - 15

C.R. Chu

Classification



RVF

UF

RVF

UF

RVF

GVF

RVF

UF

等速流

等速流

急變流

急變流

急變流

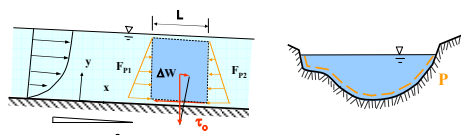
漸變流

等速流

8 - 16

C.R. Chu

穩態等速流(Steady, Uniform Flow)



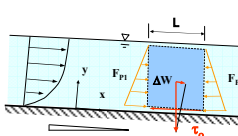
假想渠道中某一段為控制容積，流體在 x 方向上所受到的總力為零

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 + \Delta W \sin \theta - \tau_o p L = 0$$

式中 $P_1 = \gamma h_1 / 2$, $P_2 = \gamma h_2 / 2$ 分別為上、下游面的平均靜壓力。 τ_o 為渠道邊壁之阻力， L 為控制容積的長度， p 為渠道之溼周(Wet perimeter)

8 - 17

C.R. Chu



因為流況為等速流，水深不變， $h_1 = h_2$ ，上、下游面的靜壓力相等， $P_1 = P_2$ ，且渠道通水之斷面積不變， $A_1 = A_2$ 。整理可得渠道邊壁之黏滯剪應力

$$\tau_o = \gamma \sin \theta \frac{A}{P}$$

水力半徑(Hydraulic radius): $R_h = \frac{A}{P}$ 因次[L]

邊壁黏滯阻力 $\tau_o = \gamma \sin \theta R_h$

8 - 18

C.R. Chu

當傾斜角度很小($\theta < 5^\circ$)時, 角度 θ 以弧度表示

$$\sin \theta \approx \theta \approx S$$

譬如角度 $\theta = 3^\circ$, 弧度 $\theta = \frac{3^\circ}{180^\circ} \pi = 0.0526$

$$\sin 3^\circ = 0.05238$$

$$S = \frac{H}{L} \approx \frac{r\theta}{r} = \theta$$

8 - 19

C.R. Chu

當傾斜角度很小($\theta < 5^\circ$)時, 角度 θ 以弧度表示

$$\sin \theta \approx \theta \approx S$$

$S = H/L$ 為渠道底床之坡降(無因次)。故渠道阻力為

$$\tau_o = \gamma S R_h$$

流體所受重力與渠道邊壁阻力達成一平衡關係, 故流體以等速向下流動。

8 - 20

C.R. Chu

■ 矩形斷面之渠道

■ 矩形渠道的溼周 $P = B + 2h$, 水力半徑為

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{Bh}{B + 2h}$$

在寬廣的河道中, 渠道的寬度遠大於水深 $B \gg h$, 因此水力半徑 $R_h \approx h$ 。

8 - 21

C.R. Chu

切西方程式(Chezy equation)

法國學者切西建議渠流的底床阻力可以下式計算

$$\tau_o = c_f \frac{\rho V^2}{2} = \gamma S R_h$$

式中 c_f 為渠道底床的阻力係數(無因次), V 為渠流之平均流速。整理可得切西方程式

$$V = \sqrt{\frac{2g}{c_f} R_h S} = C \sqrt{R_h S}$$

切西係數:

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

式中 f 為渠道底床的摩擦係數, 可由穆迪圖中查得。

8 - 22

C.R. Chu

切西方程式(Chezy equation)

法國學者切西建議等速渠流的底床阻力可以下式計算

$$\tau_o = c_f \frac{\rho V^2}{2} = \gamma S R_h$$

式中 c_f 為渠道底床的阻力係數(無因次), V 為渠流之平均流速。整理可得:

$$V = \sqrt{\frac{2g}{c_f} R_h S} = C \sqrt{R_h S}$$

切西係數 $C = 30 \sim 100$, 渠道愈粗糙, 阻力係數 c_f 愈大, 切西係數 C 愈小, 流速愈慢。

8 - 23

C.R. Chu

達西-威士巴哈方程式(Darcy-Weisbach eqn.)

$$h_L = f \frac{L V^2}{D 2g}$$

其中 f 稱為摩擦係數(Resistance coefficient)或摩擦因子(Friction factor), 為無因次參數。

單位長度的水頭損失可以表示為

$$S_f = \frac{h_L}{L} = f \frac{V^2}{D 2g}$$

將切西方程式 $V = C(R_h S)^{0.5}$, $D = 4R_h$ 代入上式可得:

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \quad f \text{ 可由穆迪圖中查得。}$$

8 - 24

C.R. Chu

曼寧公式(Manning equation)

- 曼寧(Manning)建議：在等速流的狀況下，渠流的平均流速為

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$
 半徑: R_h (m)
 流速: V (m/s)
- 其中 n 為曼寧係數， R_h 為水力半徑， S 為渠道底床之坡降，與渠道底床的粗糙度有關，可查表得知。

流量則為

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S^{1/2}$$

半徑: R_h (m)
 流量 Q (m³/s)

8 - 25

C.R. Chu

曼寧係數(Manning coeff.)


人工渠道		土渠		天然渠道	
渠道材質	n 值	渠道材質	n 值	渠道材質	n 值
混凝土 (表面抹光)	0.012	直線、乾淨土渠	0.020	乾淨且平直河道	0.030
混凝土 (表面未粉飾)	0.014	蜿蜒、多砂礫	0.025	河道中有石塊及水草	0.035
瀝青鋪面	0.016	兩側有雜草	0.030	河道中有深潭及淺灘	0.040
裝砌卵石、粗石建材	0.025	兩側有塊石	0.035	河道中有巨石	0.050

渠道的底床愈粗糙， n 值愈大，流速愈小


8 - 26

C.R. Chu


$n = 0.012$




$n = 0.030$



$n = 0.025$



$n = 0.050$



27

C.R. Chu

曼寧公式(Manning equation)

注意曼寧公式的等號兩邊之因次並不相符，故使用時需注意其單位：

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

半徑: R_h (m)
 流速: V (m/s)

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S^{1/2}$$

流量: Q (m³/s, cms)

以英制計算時，流速和流量分別為：

$$V = \frac{1.486}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

半徑: R_h (ft)
 流速: V (ft/s)

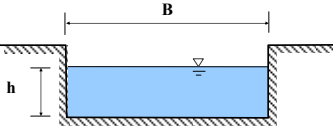
$$Q = \frac{1.486}{n} A R_h^{2/3} S^{1/2}$$

流量: Q (ft³/s, cfs)

8 - 28

C.R. Chu

例題：矩形排水溝寬度 $B = 4$ m，底床坡降 $S = 0.002$ ，曼寧係數 $n = 0.02$ ，若最大流量 $Q = 0.6$ cms，試求其渠道水深 h 應為何？



8 - 29

C.R. Chu

解：利用曼寧公式，流量

$$Q = \frac{1}{n} A \cdot R_h^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

$$0.6 = \frac{1}{0.02} (4 \cdot h) \left(\frac{4h}{4+2h} \right)^{2/3} (0.002)^{1/2}$$

整理可得 $\frac{(4h)^{5/3}}{(4+2h)^{2/3}} = 0.268$

上式若直接求解手續十分繁複，可採用試誤法：

$h = 0.2$ m $\rightarrow \frac{(4h)^{5/3}}{(4+2h)^{2/3}} = 0.257$

$h = 0.25$ m $\rightarrow \frac{(4h)^{5/3}}{(4+2h)^{2/3}} = 0.367$

$h = 0.21$ m $\rightarrow \frac{(4h)^{5/3}}{(4+2h)^{2/3}} = 0.278$

$h = 0.205$ m $\rightarrow \frac{(4h)^{5/3}}{(4+2h)^{2/3}} = 0.267$ 故水深 $h \approx 0.205$ m

8 - 30

C.R. Chu

牛頓-拉福生法 (Newton-Raphson method)

$f(x)$

$f(x_0)$

x_0 x_1

a b

x

$f(s) = 0$

True solution s

First guess x_0

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Second guess x_1

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

8 - 31

C.R. Chu

求解

$$f(h) = \frac{(4h)^{5/3}}{(4+2h)^{2/3}} - 0.268 = 0$$

採用牛頓-拉福生法：

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{\frac{(4x)^{5/3}}{(4+2x)^{2/3}} - 0.268}{\frac{20}{3} \frac{(4x)^{2/3}}{(4+2x)^{2/3}} - \frac{4}{3} \frac{(4x)^{5/3}}{(4+2x)^{5/3}}} \Big|_{x=x_0}$$

假設 $x_0 = 0.20$ m，可求得 $x_1 = 0.205$ m

假設 $x_1 = 0.205$ m，可求得 $x_2 = 0.205$ m

8 - 32

C.R. Chu

複式渠道(Compound Channel)

高灘地 主深槽 高灘地

河川常因為旱季時流量小，雨季時流量大，而有不同的水深。流量小時水流多集中於主深槽(Main channel)，主深槽兩旁的高灘地(Overbank area或 Flood plain)保持乾燥的狀況。但流量大時，高灘地會被淹沒。

台灣的河川因為旱雨季之流量差異十分大，許多河川的中下游皆屬於複式渠道。

8 - 33

C.R. Chu

複式渠道 (Compound Channel)

高灘地 主深槽 高灘地

景美溪 基隆河

C.R. Chu

複式渠道 (Compound Channel)

高灘地常因為長有植物或堆棄雜物阻礙河道，故粗糙度(曼寧係數)會較主深槽的粗糙度大。而複式渠道因為主深槽與高灘地的曼寧係數不同，故流量必須分開計算。複式渠道的總流量

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n_i} A_i R_{ni}^{2/3} S^{1/2}$$

高灘地 主深槽 高灘地

8 - 35

C.R. Chu

福祿數(Froude number)

渠流的流況可以福祿數來界定

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gh}}$$

$Fr = 1.0$ 臨界流(Critical flow)

$Fr > 1.0$ 超臨界流(Super-critical flow)

流速湍急，水深淺的流況

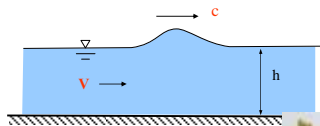
$Fr < 1.0$ 亞臨界流(Sub-critical flow)

流速緩慢，水深大的流況

8 - 36

福祿數(Froude number)

當渠流中有湧浪時，福祿數代表流速V與重力波(Gravity wave)波速 $c = \sqrt{gh}$ 之比：

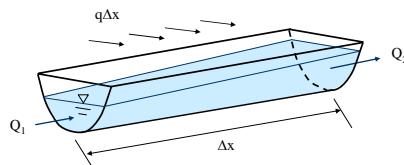


湧浪(Surge wave)



非穩態變速流

洪水波在河道中的傳遞過程為非穩態流，河道中各位置的流量、水深皆會隨時間而變，計算洪水波在河道中的傳播過程便稱為洪水演算(Flood Routing)。



依據連續方程式：

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{c.v.} \rho dV + \int_{c.s.} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0$$

水的密度為定值，故

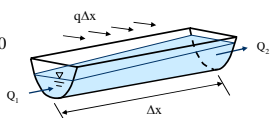
$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{c.v.} A(x) dx + \int_{c.s.} dQ = 0$$

式中A(x)為渠道通水的斷面積，Q為流量，上式變為

$$\frac{\partial A}{\partial t} \Delta x + [Q_2 - Q_1 - q \cdot \Delta x] = 0$$

Q_1 、 Q_2 分別為河道上、下游的流量，q為單位距離的側流入量，因次為[L²/T]。若此段河道的距離 $\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$



依據動量方程式：

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t} \int_{c.v.} \rho dV + \sum_{c.s.} \rho V Q$$

在x方向上的動量必須守恆：

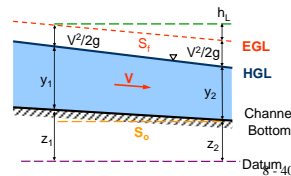
$$F_{p1} - F_{p2} + \Delta W \sin \theta - F_f = \frac{\partial}{\partial t} (\rho A \cdot \Delta x) + [\beta_2 V_2 \rho Q_2 - \beta_1 V_1 \rho Q_1]$$

式中 $F_{p1} = \rho g A_1 h_1 / 2$ 、 $F_{p2} = \rho g A_2 h_2 / 2$ 分別為上、下游面的靜壓總力， $\Delta W = \rho g A \Delta x$ 為水體所受之重力， θ 為渠道底床的傾斜角度。若角度 θ 很小

$$\Delta W \sin \theta = \rho g A \Delta x S_0$$

渠道邊壁之阻力：

$$F_f = \rho g A \Delta x S_f$$



式中 S_f 為邊壁阻力所造成的能量損失坡降。依據曼寧公式：

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{h^{4/3}}$$

式中n為曼寧係數。將以上的結果整理可得：

$$\frac{\partial(VA)}{\partial t} + \frac{\partial(BVQ)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{ghA}{2} \right) = gA(S_0 - S_f)$$

若動量校正係數 $\beta \approx 1.0$ ，利用連續方程式，上式可以簡化為：

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} + h \right) = g(S_0 - S_f)$$

若渠道為矩形斷面， $A = Bh$ ，且渠道寬度B不變，動量方程式可以寫成：

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{ghA}{2} \right) = g(S_0 - S_f)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{ghA}{2} \right) = g(S_0 - S_f)$$

連續方程式則可以寫成：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Vh}{\partial x} = 0$$

以上兩個方程式合稱為迪聖凡南(de Saint-Venant)方程式，配合上、下游邊界條件，以數值模式便可求得河道中水深 $h(x, t)$ 與流速 $V(x, t)$ 的變化。

河川污染

當污染物排入河川，會因為河水的稀釋作用及污染物本身的分解，使得污染物的濃度逐漸衰減，河水水質亦會逐漸恢復至不受污染的狀態，此現象稱為自淨作用(Self-Purification)。但若排入河川的污染物總量超過河水的涵容能力(Assimilative capacity)，則污染物經稀釋、分解後仍超過河川中生物可以容忍的程度，則水質會持續惡化，河川的生態會受到極大的影響。



8 - 43

旗山溪污染記事 (2000/7/13~20)

昇利化工廢棄物處理公司承包高雄路竹鄉長興化工清運處理有機溶劑，昇利再轉包給王金成、沈哲生、徐富國，7月13日王金成等人從長興化工運出溶劑後，在旗山溪（旗山鎮廣福里半廩子入水口，在旗尾橋下游約4公里）傾倒兩車的**有毒溶劑**，14日白天也在同一地點附近倒了兩車，晚上第五車倒了一部分便被報警查獲。以每車裝載25公噸來計算，共倒入100多公噸在水源區。

傾倒現場約一公里外即可聞到惡臭，附近雜草立即枯死，魚蝦大量死亡，迫使高屏溪坪頂、澄清湖、拷潭淨水廠停止進水，大高雄地區減少供水20萬噸，從15日起使得高雄縣鳳山、林園、大寮、大樹；高雄市左營、鼓山、旗津、前鎮、小港等地停水至19日，而尚有供水地區水中傳出類似松香油的異味，後來證實是**二甲苯、二氯聯苯**等廢溶液。(中國時報)

8 - 44

松花江污染記事

2005年11月13日，中國吉林省中石油吉化公司化工廠發生爆炸事故，救火時消防人員以大量泡沫和水降溫，空氣中高濃度有毒氣體便溶解在水中，流入下水道。使得有毒之**苯、苯胺、硝基苯**等約100噸化合物隨下水道系統排入松花江。

污染物隨江水順流而下，綿延長達80公里，污染鄰近水域的生態系，並影響沿岸居民生活。隨著江水匯入黑龍江，進入俄羅斯。中國國家環保總局監測水質，苯類污染超過標準100倍。造成下游城市哈爾濱、佳木斯及俄羅斯邊境城市停止民生供水。

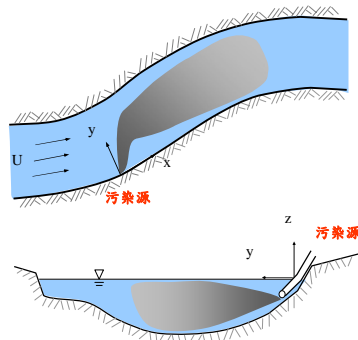
中國當局在此次事件發生後極力隱瞞實情，並試圖淡化水污染的嚴重性，而遭受各國媒體大力抨擊。(中國時報)

8 - 45

河川污染標準(River Pollution Index)

水質	未受或 稍受污染	輕度污染	中度污染	嚴重污染
溶氧量 (mg/L)	大於 6.5	4.6 ~ 6.5	2.0 ~ 4.5	小於 2.0
生化需氧量 (mg/L)	小於 3.0	3.0 ~ 4.9	5.0 ~ 15	大於 15
懸浮固體 (mg/L)	小於 20	20 ~ 49	50 ~ 100	大於 100
氨氮 (mg/L)	小於 0.5	0.5 ~ 0.99	1.0 ~ 3.0	大於 3.0
RPI	RPI < 2	2 < RPI < 3	3 < RPI < 6	RPI > 6

污水放流



8 - 47

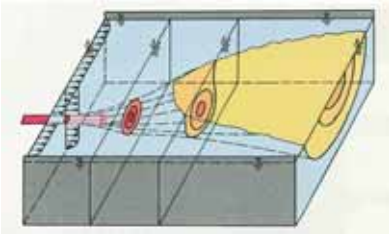
污水放流

- 第一階段：發生在排放口附近，放流水以射流的形式和周遭水體混合，放流水的流速、密度和河水水深皆會影響放流水和與周遭海水的混合與稀釋。此階段稱為近域流場(Near field)，其擴散現象屬於主動混合。
- 第二階段：當放流水的流速已遠小於河水流速，擴散現象屬於被動混合。放流水隨河水向下游流動的同時，會往縱向、側向及垂直方向擴散，但尚未擴散至全河寬，其擴散為三維現象。
- 第三階段：當放流水擴散至河川的整個斷面，平流、延散和反應主導放流水的濃度變化，此時的擴散可視為一維現象，此階段可稱為遠域流場(Far field)或延散段。

8 - 48

C.R. Chu

中央排放



8 - 49

C.R. Chu

垂向擴散係數

二維的紊流渠流，剪應力在垂向上的分佈為：

$$\tau(z) = \tau_0 \left(1 - \frac{z}{h}\right)$$

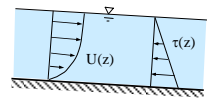
底床處的剪應力 $\tau_0 = \rho u_*^2$

垂向的流速剖面採用對數律：

$$\frac{U(z)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln z + A$$

垂向渦流黏滯係數 $v_z = \frac{\tau(z)}{\rho \frac{du}{dz}} = \kappa u_* z \left(1 - \frac{z}{h}\right)$

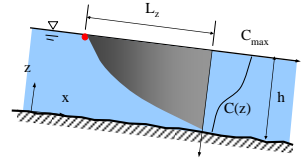
利用雷諾類比可得垂向擴散係數： $E_z = v_z = \kappa u_* z \left(1 - \frac{z}{h}\right)$



8 - 50

C.R. Chu

水深平均可以求得一個平均擴散係數

$$\bar{E}_z = \frac{1}{h} \int_0^h E_z dz = \frac{\kappa}{6} u_* h = 0.067 u_* h$$


若污染物自水面排入，最大濃度必定位於水面，當底床的濃度達到水面濃度的50%，擴散雲團的尺度

$$1.18 \sigma_z = h$$


8 - 51

C.R. Chu

垂向混合所需時間

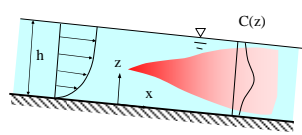
$$t_z = \frac{\sigma_z^2}{2E_z} = 0.36 \frac{h^2}{E_z}$$

若河水平均流速為U，則垂向混合所需的距離

$$L_z = U \cdot t_z$$


8 - 52

例題：一河川之寬度B = 100 m，水深h = 2.0 m，平均流速U = 1.0 m/s，底床坡度S = 10⁻³。若污染物自水深z = 1.0 m以點源被動混合的方式排入，垂直方向達到完全混合所需時間？



解：底床的剪力速度：

$$u_* = \sqrt{g R_b S} \approx \sqrt{ghS} = 0.14 \text{ m/s}$$

垂向之紊流擴散係數為：

$$\bar{E}_z \approx 0.067 u_* h = 0.02 \text{ m}^2/\text{s}$$

Tracer experiment


垂向混合所需的時間：

$$t_z = \frac{\sigma_z^2}{2E_z} = 0.09 \frac{h^2}{E_z} = 18 \text{ sec}$$

完全混合之下游距離(小於河川之寬度)

$$L_z = U \cdot t_z = 18 \text{ m}$$

垂向完全混合的距離小於河川之寬度。換言之，在很短的時間之內，水深方向上的濃度分佈已達到均勻的狀況。




C.R. Chu

側向擴散係數

若明渠流為等向性紊流，則側向紊流擴散係數會十分接近垂向紊流擴散係數， $E_y = 0.067u_*h$ 。但Fischer et al. (1979)收集許多平直渠道的實驗數據顯示側向紊流擴散係數：

$$\frac{E_y}{u_* \cdot h} \approx 0.10 \sim 0.20$$

因此可以取其平均值

$$E_y \approx 0.15u_*h$$


8-55

C.R. Chu

蜿蜒河道(Meandering Stream)

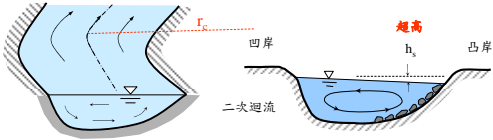


天然的河川受地面傾斜程度、岩層軟硬不同等因素影響而成彎曲蜿蜒的形狀。彎道中，流速會在側向上形成不均勻分佈，凸岸（內岸）之流速較凹岸（外岸）為慢。依據伯努利公式可知凸岸壓力較大，而凹岸壓力較小，二側之壓力差會形成一向心力，使得河水在往下游流動的過程中，會產生側向的二次迴流。

8-56

C.R. Chu

彎道(Bend)



若渠道為動床，凸岸流速小，泥沙容易淤積，凹岸流速大，容易產生沖刷。且二次迴流會驅使底床之泥沙由凹岸向內側搬運，進而形成河道凸岸不斷凸出，凹岸不斷退縮的現象，使得河道益加彎曲蜿蜒。若河水含有污染物，二次迴流亦會加速側向的混合。

8-57

C.R. Chu

彎道(Bend)



8-58

C.R. Chu

動床渠道(Erodible Channel)



河岸的沖刷

8-59

C.R. Chu

河岸的沖刷



8-60

C.R. Chu

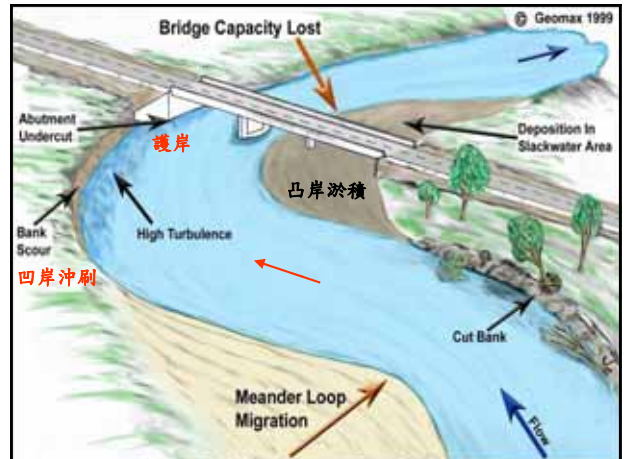
河岸的沖刷(Bank Erosion)



中壢老街溪

凹岸沖刷

8 - 61



C.R. Chu

現場實驗的結果顯示蜿蜒河道的側向擴散係數約為：

$$\frac{E_y}{u_* \cdot h} = 0.4 \sim 0.8$$

Fischer et al. (1979) 建議蜿蜒河道的側向擴散係數

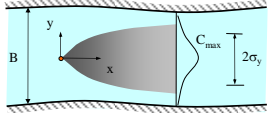
$$E_y \approx 0.6u_*h$$

當垂向之濃度達到完全混合後，會持續地往縱向和側向擴散，因此可將污染源視為一個線源(Line source)。若污染物為穩定排放，且河岸十分寬廣，不會影響到側向的擴散，則濃度分佈為

$$C(x, y) = \frac{q'}{U(4\pi E_y x / U)^{1/2}} \exp\left[-\frac{y^2 U}{4E_y x}\right]$$

8 - 63

例題：一河川寬度 $B = 100 \text{ m}$ ，水深 $h = 2 \text{ m}$ ，流速 $U = 1.0 \text{ m/s}$ ，底床坡度 $S = 10^{-3}$ 。若有污染物以連續排放的方式由河道中央排入，污染物排放量 $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ ，起始濃度 = 100 mg/l ，污染物屬於守恆性物質。問側向上達到完全混合之下游距離？在距離排放源 $x = 1.0 \text{ km}$ 下游處之最大濃度為何？



解：側向之紊流擴散係數為：

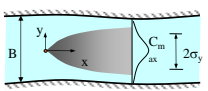
$$E_y = 0.6u_*h = 0.17 \text{ m}^2/\text{s}$$

C.R. Chu

污染物自河道中央排入，側向混合所需時間為

$$t_y = 0.09B^2 / E_y = 1.5 \text{ hr}$$

完全混合距離約距排放源

$$L_y = U \cdot t_y = 5400 \text{ m}$$


約為54倍河寬處。與先前例題比較，側向混合所需時間遠大於垂向混合。在距離排放源 $x = 1.0 \text{ km}$ 處，側向的擴散尺度為

$$\sigma_y = \sqrt{2E_y x / U} = 18 \text{ m}$$

污染物雲團側向寬度約為 $2\sigma_y = 36 \text{ m}$

8 - 65

C.R. Chu

在 $x = 1.0 \text{ km}$ 處之最大濃度

$$C_{\max} = \frac{qC_0}{Uh} \frac{1}{(4\pi E_y x / U)^{1/2}}$$

$$= \frac{0.1 \cdot 100}{1.0 \cdot 2} \frac{1}{(4\pi \cdot 0.17 \cdot 1000 / 1.0)^{1/2}} = 0.108 \text{ mg/l}$$

最小稀釋率為 $S = C_0 / C_{\max} = 924$ 。

8 - 66

C.R. Chu

河川水質模式

在污染源下游一段距離之後，污染物濃度在垂向與側向上已完全混合，污染物隨著水流向下游以平流和縱向延散的方式傳輸，此時的流況稱為遠域(Far field)流況。濃度的變化可以一維延散方程式描述：

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[A(E_x + E_L) \frac{\partial C}{\partial x} \right] + R$$

在遠域的流況，縱向延散係數往往大於縱向擴散係數，若河道斷面不隨下游距離x而變，上式可以簡化為：

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[E_L \frac{\partial C}{\partial x} \right] + R$$

河川水質模式便是依據此式求取濃度C(x, t)

8 - 67

C.R. Chu

縱向擴散係數

現場實驗的結果顯示河川的延散係數：

$$\frac{E_L}{u_* \cdot h} = 140 \sim 500$$

亦有研究指出渠道寬度會影響縱向延散係數，利用Elder (1959) 所推導出紊流剪力流之縱向延散係數：

$$\frac{E_L}{B u_*} = 5.93$$

8 - 68

C.R. Chu

Rutherford (1994)的實驗結果後發現：

$$\frac{E_L}{B u_*} = 2 \sim 50$$

Fischer (1973)則建議水深與渠道寬度皆需考慮：

$$E_L = 0.011 \frac{U^3 B^2}{h u_*}$$

McQuivey & Keffer (1974)建議：

$$E_L = 0.058 \frac{Q}{SB}$$

Liu (1977)建議：

$$E_L = \beta \frac{Q^2}{u_* R_b^3}$$

係數 $\beta = 0.18(u_* / U)^{3/2}$

8 - 69

C.R. Chu

當有總質量為m的污染物以瞬間排放的方式進入河川時，且污染物有一階反應，反應率R = -kC。若河水水平流速U，延散係數E_L，反應常數k皆為常數，且沒有支流流入的狀況下，遠域濃度在縱向上的變化為：

$$C(x, t) = \frac{m}{A \sqrt{4\pi E_L t}} \exp \left[-\frac{(x - Ut)^2}{4E_L t} - kt \right]$$

當污染物以連續、穩態方式排入河中，控制方程式為：

$$U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[E_L \frac{\partial C}{\partial x} \right] - kC$$

遠域區的濃度分佈為：

$$C(x) = \frac{c_0 q}{A \sqrt{U^2 + 4kE_L}} \exp \left[\frac{-Ux}{2E_L} \left(\sqrt{1 + 4kE_L / U^2} - 1 \right) \right]$$

8 - 70

C.R. Chu

若平流的效應遠大於延散，上式可簡化為：

$$C(x) = \frac{c_0 q}{AU} \exp \left[-\frac{kx}{U} \right]$$

$c_0 q / A$ 為污染物在河道中的質量通量。

岸邊排放

8 - 71

C.R. Chu

河川污染

8 - 72

C.R. Chu

若一河道中有支流匯入，主河道的流量為 Q ，污染物濃度為 C_0 ，支流的流量為 q ，污染物濃度為 c_0 。在主流和支流完全混合之後，濃度變為：

$$C = \frac{c_0 q + C_0 Q}{q + Q} \exp\left[-\frac{kx}{U}\right]$$

8 - 73

C.R. Chu

河川之匯流(Merge)

8 - 74

例題：一河川寬度100 m，水深2 m，平均流速1 m/s，底床坡度 10^{-3} ，縱向延散係數為何？若有污染物以連續排放的方式排入河中，排放流量 $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ ，起始濃度 100 mg/l ，污染物屬於守恆性物質。問在距離排放源下游10 km處之擴散雲團的尺度為何？

解：利用Fischer (1973)的公式計算延散係數：

$$E_L = 0.011 \frac{U^2 B^2}{h u_*} = 390 \text{ m}^2/\text{s}$$

利用Liu (1977)的公式：

$$E_L = \beta \frac{Q^2}{u_* R_h^3} = 337 \text{ m}^2/\text{s}$$

McQuivey & Keffer (1974) 的公式：

$$E_L = 0.058 \frac{Q}{SB} = 116 \text{ m}^2/\text{s}$$

以上不同公式所得的延散係數雖不相同，但都在同一個數量級，且皆遠大於側向和垂向的紊流擴散係數。

距離排放源下游10 km已大於完全混合之距離5.4 km，流況屬於遠域(Far field)流況。若採用Fischer (1973)的結果計算 $x = 10 \text{ km}$ 處擴散雲團的縱向尺度：

$$\sigma_x = \sqrt{2E_L x/U} = \sqrt{2 \cdot 390 \cdot 10000/1.0} = 2800$$

C.R. Chu

水質模式之誤差

實際河川中有太多複雜的因子，譬如污染物可能被河岸及底泥所吸附；河川中可能有死水區(Dead zone)，污染物流入後不易流出；河道中可能有橋墩或高灘地所形成的小島，其後方的尾流會造成快速混合等無法預知的因素，因此使用水質模式預測污染物的濃度時必須十分謹慎。

8 - 77

C.R. Chu

時間尺度分析

污染物以連續排放的方式排入河川中，若垂向和側向已完全混合，污染物在縱向上以平流、延散的方式傳輸，且污染物以一階反應衰減，此問題的控制方程式為：

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = E_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - kC$$

平流之時間尺度 $T_a = \frac{x_L}{U}$

延散之時間尺度 $T_d = \frac{x_L^2}{E_L}$

反應之時間尺度 $T_r = \frac{1}{k}$

污染物排放之時間尺度 T_0

8 - 78

將延散方程式中之所有的參數都予以無因次化

$$C^* = \frac{C}{C_0} \quad t^* = \frac{t}{T_0} \quad x^* = \frac{x}{x_L}$$

式中 C_0 為污染物的初始濃度。故無因次化後的延散方程式

$$\frac{C_0}{T_0} \frac{\partial C^*}{\partial t^*} + \frac{C_0}{T_0} \frac{\partial C^*}{\partial x^*} = \frac{C_0}{T_0} \frac{\partial^2 C^*}{\partial x^{*2}} - \frac{C_0}{T_0} C^*$$

整理可得

$$\frac{T_d}{T_0} \frac{\partial C^*}{\partial t^*} + \frac{T_d}{T_0} \frac{\partial C^*}{\partial x^*} = \frac{\partial^2 C^*}{\partial x^{*2}} - \frac{T_d}{T_r} C^*$$

1. 若污染物排放之時間遠大於延散之時間尺度

$$\frac{T_d}{T_0} \ll 1$$

8 - 79

延散方程式簡化為：

$$U \frac{\partial C}{\partial x} = E_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - kC$$

換言之，濃度不會隨時間 t 而變，僅會隨下游位置 x 而變，亦即此問題可以視為穩態排放。

2. 若延散之時間尺度遠小於反應之時間尺度

$$\frac{T_d}{T_r} \ll 1$$

亦即反應相對於延散而言是十分緩慢的，反應對濃度所造成的影響可予以忽略，濃度的變化是由延散所主導，延散方程式變為

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = E_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

8 - 80

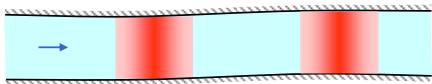
3. 若延散之時間尺度遠大於平流之時間尺度

$$Pe = \frac{T_d}{T_a} = \frac{x_L \cdot U}{E_L} \gg 1$$

皮勒數 Pe 為平流速率與延散速率之比。 $Pe \gg 1$ 表示延散十分緩慢，其效應可以忽略。延散方程式成為：

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = -kC$$

故當污染物被帶往下游時，擴散雲團之尺度幾乎不變，為堵塞流 (Plug flow)，污染物可以視為一個凝結雲團 (Frozen cloud) 向下游平移。若污染物屬於守恆性物質 ($k = 0$)，則雲團的最大濃度幾乎不變。



8 - 81

例題：一河川寬度 100 m，水深 2 m，平均流速 1.0 m/s，底床坡度 10^{-3} 。若污染物以連續排放的方式排入河中，排放量 $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ ，起始濃度 100 mg/l ，有一階的衰減反應，反應常數 2.0 day^{-1} 。排放源下游 50 km 處擴散雲團尺度？最大濃度為何？

解：利用 Fischer (1973) 的公式計算延散係數：

$$E_L = 0.011 \frac{U^2 B^2}{h u_*} = 390 \text{ m}^2/\text{s}$$

在下游距離 $x_L = 50 \text{ km}$ 處，皮勒數

$$Pe = \frac{x_L \cdot U}{E_L} = 128 \gg 1$$

亦即此流況屬於堵塞流，擴散雲團的尺度幾乎不變。

在 $x_L = 50 \text{ km}$ 處的縱向擴散尺度為：

$$\sigma_x = \sqrt{2E_L \cdot t} = \sqrt{2E_L \cdot x/U} = 6.2 \text{ km}$$

在 $x_L = 50 \text{ km}$ 處和 $x_L = 60 \text{ km}$ 處的擴散尺度之比為：

$$\frac{\sigma_{60\text{km}}}{\sigma_{50\text{km}}} = \sqrt{\frac{60}{50}} = 1.035$$

換言之，擴散尺度幾乎不變，延散的效應可以忽略。而延散與反應的時間比為：

$$\frac{T_d}{T_r} = k \cdot \frac{x_L^2}{E_L} = 148 \gg 1$$

表示反應比延散更快速，濃度會因為反應而很快地衰減。污染物流至 $x_L = 50 \text{ km}$ 處的濃度為：

$$C_{\max} = \frac{q \cdot C_0}{Q} \exp\left(-\frac{kx}{U}\right) = \frac{0.1 \cdot 100}{2 \cdot 100 \cdot 1.0} \exp\left(-\frac{2 \cdot 50000}{86400 \cdot 1}\right) = 0.0157 \text{ mg/l}$$



8 - 83

河口流 (Estuary)

河川下游接近海口的區域稱為河口或感潮河段 (Tidal estuary)，河口段與河川的中、上游最大的不同在於其下游水位受到海洋潮汐週期性升降的影響，使得河道中流速與水位亦呈現週期性的變化。

1. 河川徑流

2. 潮汐

3. 密度流

4. 風驅流



8 - 84

